

Prof. Dr. Alfred Toth

Heteromorphismen und konverse Heteromorphismen

1. Läßt man sowohl die Konversion der Objekte als auch diejenige der Pfeile in einer Kategorie zu, ergeben sich vier mögliche Abbildungen:

$$x/y = (x \rightarrow y)$$

$$y/x = (y \rightarrow x)$$

$$x \backslash y = (x \leftarrow y)$$

$$y \backslash x = (y \leftarrow x).$$

2. Im folgenden gehen wir von der Menge der Permutationen der Menge der Primzeichen

$$Z = (1, 2, 3)$$

(vgl. Bense 1980) aus, bestimmen die zugehörigen Abbildungen mit ihren Heteromorphismen (im Rahmen eines Diamanten, der nicht nur Kategorien, sondern auch Saltatorien umfaßt) und stellen Heteromorphismen und konverse Heteromorphismen zusammen.

$$\mathcal{P}(1, 2, 3) =$$

$$(1, 2, 3) \quad (2, 1, 3) \quad (3, 1, 2)$$

$$(1, 3, 2) \quad (2, 3, 1) \quad (3, 2, 1)$$

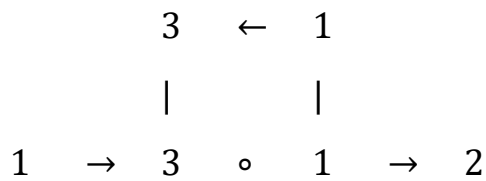
$$D(1, 2, 3)$$

$$\begin{array}{ccccc} & 2 & \leftarrow & 1 & \\ & | & & | & \\ 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 \rightarrow 3 \end{array}$$

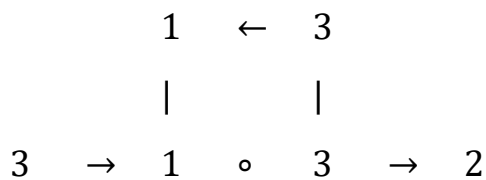
$$D(2, 1, 3)$$

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & \leftarrow & 2 & \\ & | & & | & \\ 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 \rightarrow 3 \end{array}$$

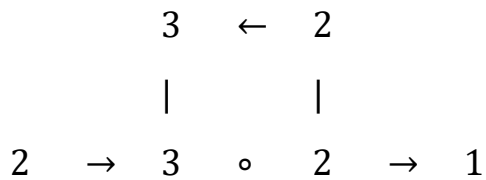
$D(1, 3, 2)$



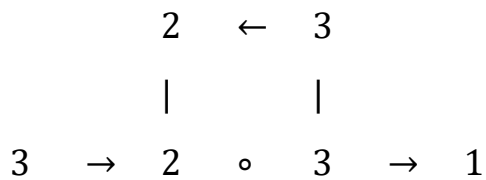
$D(3, 1, 2)$



$D(2, 3, 1)$



$D(3, 2, 1)$



Wie man sieht, verhalten sich Heteromorphismen und konverse Heteromorphismen der Form

$$\xi = (x \leftarrow y) : \xi^\circ = (y \leftarrow x)$$

nicht wie Permutation und konverse (duale) Permutation. Wie bereits in Toth (2025a), lassen sich Heteromorphismen aber aus den Permutationen ablesen, und zwar durch

$$P = (\underline{x}, \underline{y}, z) \Rightarrow \xi = (x \leftarrow y).$$

3. Allerdings haben wir nun erst zwei der vier Abbildungstypen (vgl. Kap. 1). Wenn wir alle haben wollen, brauchen wir ein weiteres Paar von Diamonds. Wir zeigen hier für Z die Generierung der quadralektischen Relationen aller drei semiotischen Funktionen, d.h. der Bezeichnungsfunktion ($1 \rightarrow 2$), der Bedeutungsfunktion ($2 \rightarrow 3$) und der Gebrauchsfunktion ($3 \rightarrow 1$) mittels Kreisfunktionen (vgl. Toth 2025b)

$$Q_{1,2} = \begin{array}{cc} (1 \rightarrow 2) & (1 \leftarrow 2) \\ (2 \rightarrow 1) & (2 \leftarrow 1) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & 2 & \leftarrow & 1 & \\ & | & & | & \\ 1 & \rightarrow & 2 & \circ & 1 \rightarrow 3 \\ & | & & | & \\ & 2 & \rightarrow & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} & 1 & \leftarrow & 2 & \\ & | & & | & \\ 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 \rightarrow 3 \\ & | & & | & \\ & 1 & \rightarrow & 2 & \end{array}$$

$$Q_{2,3} = \begin{array}{cc} (2 \rightarrow 3) & (2 \leftarrow 3) \\ (3 \rightarrow 2) & (3 \leftarrow 2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & \leftarrow & 2 & \\ & | & & | & \\ 2 & \rightarrow & 3 & \circ & 2 \rightarrow 1 \\ & | & & | & \\ & 3 & \rightarrow & 2 & \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} & 2 & \leftarrow & 3 & \\ & | & & | & \\ 3 & \rightarrow & 2 & \circ & 3 \rightarrow 1 \\ & | & & | & \\ & 2 & \rightarrow & 3 & \end{array}$$

$$Q_{3,1} = \begin{array}{cc} (1 \rightarrow 3) & (1 \leftarrow 3) \\ (3 \rightarrow 1) & (3 \leftarrow 1) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & \leftarrow & 1 & \\ & | & & | & \\ 1 & \rightarrow & 3 & \circ & 1 \rightarrow 2 \\ & | & & | & \\ & 3 & \rightarrow & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} & 1 & \leftarrow & 3 & \\ & | & & | & \\ 3 & \rightarrow & 1 & \circ & 3 \rightarrow 2 \\ & | & & | & \\ & 1 & \rightarrow & 3 & \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Toth, Alfred, Transpositionelle Gradation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Diamondtheoretische Kreisfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

18.5.2025